

BAB II KAJIAN TEORI

A. Studi Kasus

Penelitian terkait yang mendasari penulisan proposal ini berfokus pada analisis sistem antrian dengan pendekatan *Multi Channel – Single Phase*, yang banyak digunakan dalam mengkaji efisiensi pelayanan pada berbagai fasilitas publik seperti perbankan dan stasiun pengisian bahan bakar (SPBU). Metode ini dipilih karena mampu menggambarkan kondisi antrian dengan beberapa jalur pelayanan. Namun metode *multi channel single phase* hanya melalui satu tahap proses, sehingga cocok diterapkan pada kasus-kasus yang memiliki karakteristik serupa. Beberapa penelitian sebelumnya telah menunjukkan bahwa model ini dapat digunakan untuk mengoptimalkan jumlah fasilitas pelayanan, mengurangi waktu tunggu pelanggan, serta meningkatkan efisiensi tenaga kerja. Adapun penelitian terkait yang menjadi rujukan dalam penelitian ini antara lain, sebagai berikut:

Tabel 1 Penelitian Terkait

No.	Peneliti	Keterangan	Perbedaan
(1)	(2)	(3)	(4)
1	Ulfania Liputo, Muhammad Rifai Katili, Djihad Wungguli (2025)[7]	Judul: Analisis Sistem Antrian Model <i>Multi Channel Single Phase</i> untuk Mengoptimalkan Efektivitas Pelayanan Teller Bank Metode: Kuantitatif dengan penerapan teori antrian menggunakan model <i>Multi Channel Single Phase</i> . Software: POM-QM for Windows Hasil Penelitian : Dengan 3 teller, tingkat utilitas mencapai 73% (teller sangat sibuk). Simulasi	Pemilihan studi kasus. Studi kasus pada penelitian sebelumnya pada Teller Bank sedangkan pada penelitian ini memilih studi kasus pada SPBU XYZ.

		penambahan menjadi 4 teller menurunkan utilitas menjadi 55% dan meningkatkan efektivitas pelayanan hingga 37%. Jadi sistem dianggap masih efisien dan optimal untuk pelayanan nasabah.	
2	Ulfatun Hasanah, Dian Firmayasari, Muhammad Rifki Nisardi, Harianto (2023)[8]	Judul: Analisis Teori Antrian <i>Multi Channel Single Phase</i> pada Pelayanan Teller PT.Bank Negara Indonesia Metode: Kuantitatif, analisis dilakukan secara manual dan menggunakan software. Software: POM for Windows. Hasil Penelitian: Dengan 3 teller, tingkat kesibukan sebesar 62%. Penambahan menjadi 4 teller menurunkan tingkat kesibukan menjadi 46%. Jika ditambah menjadi 5 teller justru menurunkan efisiensi karena tingkat kesibukan hanya 37% (banyak waktu menganggur). Sehingga jumlah optimal teller adalah 4.	Studi kasus pada penelitian sebelumnya berupa Teller Bank PT.Bank Negara Indonesia sedangkan studi kasus yang saya gunakan adalah SPBU XYZ.
3	Ica Hoerunisa dan Sukanta (2021)[4]	Judul: Penerapan Model Antrian <i>Multi Channel Single Phase</i> pada SPBU Sempu Jurong Cikarang Utara	Penelitian sebelumnya mencari tingkat kepuasan pelanggan,

		Metode: Model antrian <i>Multi Channel-Single Phase</i>. Software: POM-QM for Windows Hasil Penelitian: Standar waktu pelayanan (Wq) optimal dengan 3 fasilitas pelayanan membutuhkan waktu sebesar 0,24 menit. Hal ini menunjukkan standar waktu pelayanan (Wq) 0,24 menit sudah jauh lebih cepat dari standar waktu yang ditetapkan sebesar 0,75 menit sehingga kepuasan pelanggan akan pelayanan SPBU Sempu Jurong Cikarang Utara dapat tercapai.	sedangkan pada penelitian ini bertujuan menganalisis waktu tunggu pelanggan dan mengevaluasi jumlah server aktif saat ini sudah optimal atau belum optimal dalam menangani volume kendaraan, khususnya pada jam-jam sibuk.
4	Okta Via Herawati Siahaan , Abil Mansyur (2023)[9]	Judul: Analisis Sistem Antrian pada PT. Bank Susmut Kantor Pusat Medan Menggunakan Model Antrian <i>Multi Channel Single Phase</i> Metode: Pendekatan kuantitatif dengan uji distribusi dan perhitungan M/M/s. Software: Menggunakan metode M/M/S (<i>Multi Channel-Single Phase</i>). Hasil Penelitian: Sistem antrian bank ditetapkan sebagai (M/M/4:FCFS/∞/∞). Jumlah server optimal adalah 4 teller dan rata-rata	Terletak distudi kasusnya. Studi kasus pada penelitian sebelumnya di PT Bank Susmut sedangkan studi kasus penelitian saya pada SPBU

		waktu tunggu dalam system adalah 24 menit 18 detik, menunjukkan perlunya evaluasi untuk meningkatkan efisiensi pelayanan.	
5	Haditya Pratama, Lestari Setiawati (2024)[10]	Judul: Analisis Sistem Antrian SPBU Gunung Pangilun untuk Pengisian Bahan Bakar Pertalite Metode: Pendekatan Kuantitatif Software: SPSS Hasil Penelitian: Sepeda motor memiliki tingkat kedatangan lebih tinggi dan waktu tunggu lebih lama dibanding mobil, terutama di sore hari. Petugas sepeda motor tidak memiliki waktu menganggur, menunjukkan potensi kelebihan beban. Sistem antrian mobil lebih efisien dengan waktu tunggu lebih singkat. Secara keseluruhan, sistem mengalami peningkatan tekanan di sore hari, terutama untuk sepeda motor.	Terletak pada Software yang digunakan. Penelitian sebelumnya software menggunakan SPSS, sedangkan penelitian ini menggunakan software POM QM for windows
6	Erwin H. Pellondou, Ronald P.C. Fanggidae, Antonio E.L.	Judul: Analisis Teori Antrian pada Jalur Sepeda Motor Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Oebobo Metode: Kuantitatif dengan pendekatan analisis teori antrian	Terletak pada studi kasus. Studi kasus pada Penelitian ini di SPBU Oebobo sedangkan yang saya

	Nyoko (2021) [3] model M/M/S (<i>Multi Channel – Single Phase</i>). Software: POM QM for Windows Versi 5 Hasil Penelitian: Tingkat rata-rata kedatangan pelanggan sepeda motor pada SPBU Oebobo tertinggi pada pukul 08.00-09.00 dengan jumlah kedatangan 271 sepeda motor dan kedatangan pelanggan sepeda motor terendah pada pukul 16.00-17.00 dengan jumlah kedatangan 154 sepeda motor dengan tingkat rata-rata pelayanan pada SPBU Oebobo yaitu sebanyak 199 sepeda motor/jam. Sedangkan kinerja pelayanan di SPBU Oebobo khusus jalur sepeda motor belum optimal karena masih terdapat operator yang menganggur. Sehingga analisis sistem antrian menunjukkan jumlah jalur fasilitas yang optimal pada SPBU Oebobo yaitu pada pukul 08.00-10.00 jalur yang dibuka 3 jalur fasilitas dan pada pukul 16.00-20.00 jalur yang dibuka 2 jalur fasilitas.	gunakan di SPBU XYZ.
--	---	-----------------------------

7	Nurul Hidayat, Athaya Amar A, Andre Wardana (2023)[11]	Judul: Analisis Sistem Antrian untuk Optimalisasi Pelayanan SPBU Mulawarman Tarakan Metode: Menggunakan model antrian <i>Multi Channel Single Phase</i> Software: POM-QM Hasil Penelitian: SPBU Mulawarman menggunakan model antrian M/M/S (<i>Multi Channel Single Phase</i>) dengan 4 operator aktif. Rata-rata kedatangan pelanggan adalah 178,42 per jam dan tingkat pelayanan 80 pelanggan per jam. Rata-rata waktu tunggu dalam antrian hanya 0,17 menit, dan waktu dalam sistem 0,92 menit. Sistem bekerja secara efisien dengan tingkat penggunaan pelayan (ρ) sebesar 56%.	Terletak pada studi kasus. Studi kasus pada penelitian sebelumnya di SPBU Mulawarman sedangkan pada penelitian saya studi kasus di SPBU XYZ.
8	Dewi Sartika Jamil, Asrul Sani, Muh. Kabil Djafar, Jufra, Herdi Budiman (2023) [6]	Judul: Analisis Sistem Antrian Multi Channel Single Phase pada SPBU Pasarwajo Metode: Observasi lapangan, uji distribusi (Poisson dan eksponensial), analisis steady-state Software: MATLAB Hasil: Sistem antrian di SPBU Pasarwajo mengikuti model (M/M/2):(FCFS/100/~) dengan	Terletak pada studi kasus. Studi kasus pada penelitian sebelumnya di SPBU Mulawarman sedangkan pada penelitian saya studi kasus di SPBU XYZ.

		rata-rata kedatangan 2,7935 pelanggan per unit waktu dan rata-rata waktu pelayanan 2,7458. Sistem telah mencapai steady-state dengan probabilitas pelayan sibuk 50,87%. Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian 0,0726 dan waktu dalam antrian 0,1048 unit waktu, menunjukkan bahwa sistem antrian ini cukup efektif.	
--	--	---	--

B. Landasan Teori

1. Jasa

Menurut Kotler dan Keller (2016), jasa adalah setiap tindakan atau kegiatan yang dapat ditawarkan oleh satu pihak kepada pihak lain yang tidak berwujud dan tidak menghasilkan kepemilikan apa pun. SPBU (Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum) termasuk dalam kategori penyedia jasa karena memberikan layanan berupa pengisian bahan bakar kepada konsumen, yang tidak dapat dikonsumsi secara terpisah dari proses pelayanannya. Interaksi antara pelanggan dan petugas SPBU, waktu tunggu yang dialami, hingga penyelesaian pengisian merupakan bagian dari proses layanan yang menunjukkan karakteristik jasa.

Terdapat empat (4) karakteristik di dalam jasa, yaitu [12]:

- a) Tidak berwujud (*Intangibility*) : jasa memiliki sifat tidak berwujud karena tidak bisa dilihat, didengar ataupun dicium sebelum ada transaksi pembelian.
- b) Tidak dapat dipisahkan (*Inseparability*) : suatu bentuk jasa yang tidak dapat dipisahkan dari sumbernya. Sumber merupakan orang atau mesin, produk fisik yang berwujud tetap ada.

- c) Berubah-ubah (*Variability*) : jasa mudah berubah-ubah karena tergantung kepada siapa yang menyajikan, kapan dan dimana disajikan.
- d) Daya tahan (*Perisability*) : daya tahan suatu jasa tidak akan menjadi suatu masalah ketika permintaan selalu ada dan mantap karena menghasilkan jasa diawal dengan mudah.

2. Teori Antrian

Teori antrian dikemukakan pertama kali oleh A.K Erlang seorang ahli matematika yang berasal dari Denmark pada tahun 1910 dalam buku *Solution of Some Problem in the Theory of Probability of Significance in Automatic Telephone Exchange*. A.K. Erlang melakukan eksperimen tentang fluktuasi telepon yang berhubungan dengan *automatic dialing equipment*, yaitu peralatan penyambungan telepon secara otomatis. Operator kewalahan pada waktu yang sibuk untuk melayani para penelepon yang membutuhkan respon secepatnya, sehingga para penelepon harus antre menunggu giliran dalam waktu yang cukup lama [13]. Menurut Heizer dan Render (2006) antrian adalah ilmu pengetahuan tentang bentuk antrian dan berupa sejumlah orang atau barang dalam barisan yang sedang menunggu untuk dilayani atau mencakup bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-baiknya agar dapat melayani pelanggan dengan efisien [10].

Sedangkan menurut Damyati (2009) teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dari antrian-antrian atau baris-baris penungguan. Formasi baris-baris penungguan ini tentu saja merupakan suatu pelayanan melebihi kapasitas yang tersedia apabila kebutuhan akan suatu pelayanan melebihi kapasitas yang tersedia untuk menyelenggarakan pelayanan itu [5]. Analisis terhadap antrian dalam hal panjangnya antrian, rata-rata waktu tunggu, dan berbagai faktor lain yang terkait dapat membantu perusahaan, mulai dari yang bergerak di bidang manufaktur maupun jasa, dalam memahami sistem pelayanan, aktivitas maintenance, dan bahkan aktivitas pengawasan toko [2].

Menurut Heizer dan Render (2006:659) dalam sistem antrian terdapat tiga komponen karakteristik yaitu [3]:

- a. Karakteristik kedatangan atau masukan sistem merupakan sumber input yang mendatangkan pelanggan bagi sebuah sistem pelayanan memiliki karakteristik utama sebagai berikut:

- 1) Ukuran populasi

Sumber konsumen yang dilihat sebagai populasi tidak terbatas atau terbatas.

- 2) Perilaku kedatangan

Perilaku setiap konsumen berbeda-beda dalam memperoleh pelayanan, ada tiga karakteristik perilaku kedatangan yaitu: pelanggan yang sabar, pelanggan yang menolak bergabung dalam antrian dan pelanggan yang membelot.

- 3) Pola kedatangan

Menggambarkan bagaimana distribusi pelanggan memasuki sistem.

- b. Karakteristik antrian merupakan aturan antrian atau disiplin antrian yang mengacu pada peraturan pelanggan yang ada dalam barisan untuk menerima pelayanan yang terdiri dari :

- 1) *First Come First Served (FCFS)* atau *First In First Out (FIFO)*

Pelanggan yang datang lebih dulu akan dilayani lebih dulu. Misalnya: sistem antrian pada Bank, SPBU, dan lain-lain.

- 2) *Last Come First Served (LCFS)* atau *Last In First Out (LIFO)*

Sistem antrian pelanggan yang datang terakhir akan dilayani lebih dulu. Misalnya: sistem antrian dalam elevator lift untuk lantai yang sama.

- 3) *Service in Random Order (SIRO)*

Panggilan didasarkan pada peluang secara acak, tidak peduli siapa dulu yang tiba untuk dilayani.

- 4) *Shortest Operation Times (SOT)*

Sistem pelayanan yang membutuhkan waktu pelayanan tersingkat mendapat pelayanan pertama.

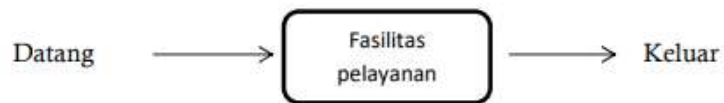
- c. Karakteristik pelayanan merupakan karakteristik pelayanan yang terdapat dua hal penting yaitu, desain sistem pelayanan dan distribusi waktu pelayanan

3. Struktur Antrian

Struktur antrian menggambarkan pola dan desain dari jalur pelayanan (channel) dan tahapan pelayanan (phase) dalam suatu system. Terdapat 4 model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam sistem antrian, yaitu antara lain [13]:

a. *Single Channel – Single Phase*

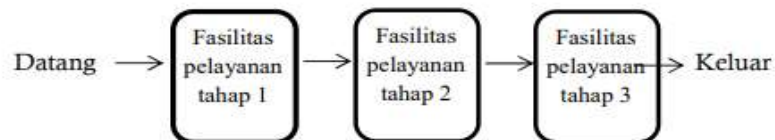
Singel Channel – Single Phase berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem pelayanan atau ada satu pelayanan. *Single Phase* menunjukkan bahwa hanya ada satu stasiun pelayanan sehingga yang telah menerima pelayanan dapat langsung keluar dari sistem antrian.



Gambar 1 Model *Single Channel Single Phase*

b. *Single Channel - Multi Phase*

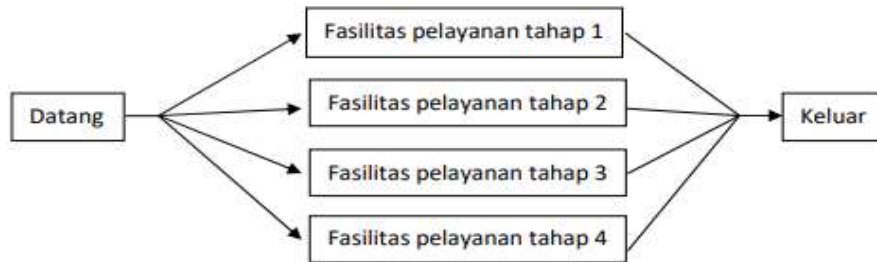
Struktur ini memiliki satu jalur pelayanan sehingga disebut *Single Channel*. Istilah *Multi Phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan. Setelah menerima pelayanan maka individu tidak bisa meninggalkan area pelayanan karena masih ada pelayanan lain yang harus dilakukan agar sempurna. Setelah pelayanan yang diberikan sempurna baru dapat meninggalkan pelayanan.



Gambar 2 Model *Single Channel Multi Phase*

c. *Multi Channel - Single Phase*

Sistem *Multi Channel Single Phase* terjadi ketika dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Sistem ini memiliki lebih dari satu jalur pelayanan atau fasilitas pelayanan sedangkan sistem pelayanannya hanya ada satu *phase*.



Gambar 3 Model *Multi Channel Single Phase*

d. *Multi Channel - Multi Phase*

Setiap sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu. Pada umumnya jaringan ini terlalu kompleks untuk dianalisis dengan teori antrian.



Gambar 4 Model *Multi Channel Multi Phase*

Setelah menjelaskan 4 bentuk struktur antrian berdasarkan jumlah jalur dan tahapan pelayanan, diperlukan representasi matematis yang mampu menggambarkan karakteristik sistem antrian secara formal. Dalam teori antrian, representasi tersebut dinyatakan menggunakan notasi Kendal lengkap, $A/B/s/K/N/D$ yang mengklasifikasikan model antrian berdasarkan distribusi kedatangan, distribusi waktu pelayanan, jumlah pelayanan, kapasitas sistem, ukuran populasi pelanggan, serta disiplin pelayanan [14]. Dengan keterangan untuk setiap unsur notasi Kendal, sebagai berikut :

- A : Distribusi kedatangan pelanggan (Poisson)
- B : Distribusi waktu pelayanan (Eksponensial)
- s : Jumlah stasiun pelayanan paralel
- K : Kapasitas sistem
- N : Ukuran populasi pelanggan
- D : Disiplin pelayanan

Dengan notasi ini, sistem antrian dapat disajikan ringkas namun komprehensif, memudahkan analisis kinerja. Dalam penelitian ini, sistem antrian SPBU dimodelkan sebagai $M/M/s/\infty/\infty/FIFO$, yang menunjukkan kedatangan kendaraan mengikuti Poisson, pelayanan eksponensial, s stasiun paralel, kapasitas dan populasi tak terbatas, serta disiplin FIFO.

4. Kinerja Antrian

Menurut Heizer, et al. (2017), model antrian bisa membantu manajer dalam mengambil suatu keputusan yang dapat menyeimbangkan biaya pelayanan dan biaya antrian [2]. Analisis antrian dalam hal ini, dapat menghasilkan berbagai ukuran kinerja dari suatu antrian, sebagai berikut.

- a. Waktu rata-rata yang di habiskan oleh pelanggan dalam antrian
- b. Waktu rata-rata yang di habiskan oleh pelanggan dalam sistem (waktu tunggu di tambah waktu pelayanan).
- c. Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem.
- d. Probabilitas fasilitas pelayanan akan kosong.

5. Distribusi Poisson

Distribusi Poisson ditemukan oleh Simeon Denis Poisson, beliau adalah seorang ahli matematika kebangsaan Perancis. Distribusi Poisson termasuk distribusi teoritis yang memakai variabel random diskrit (x) [15]. Distribusi Poisson adalah distribusi probabilitas diskrit yang digunakan untuk memodelkan jumlah kejadian yang terjadi dalam suatu interval waktu tertentu dengan asumsi

bahwa kejadian tersebut terjadi secara independend dan memiliki waktu rata-rata kedatangan yang konstan. Dalam teori antrian, distribusi Poisson banyak digunakan untuk memodelkan pola kedatangan pelanggan ke sistem pelayanan [16].

Secara matematis, probabilitas terjadinya kejadian dalam suatu interval dengan rata-rata kejadian dinyatakan dalam fungsi berikut:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

dengan :

$f(x)$ = Jumlah kedatangan dalam waktu tertentu

x = Jumlah kedatangan kendaraan persatuan waktu

e = Bilangan euler (2,71828)

λ = Rata-rata tingkat kedatangan.

6. Distribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial adalah distribusi probabilitas kontinu yang menggambarkan waktu antar kejadian dalam proses Poisson. Distribusi eksponensial biasanya digunakan untuk memodelkan waktu tunggu antara dua kejadian yang terjadi secara acak.

Secara matematis, fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi eksponensial dirumuskan sebagai berikut:

$$P(T_1 - t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

dengan:

t = Waktu antar kejadian (misalnya waktu tunggu atau waktu pelayanan)

λ = Laju kejadian rata-rata per satuan waktu

e = Bilangan Euler, yaitu konstanta matematika $\approx 2,71828$.

7. Model *Multi Channel Single Phase*

Sistem antrian pada SPBU Pertamina XYZ menggunakan sistem antrian *Multi Channel Single Phase*. Sistem antrian dipilih karena beberapa jalur pelayanan berupa server (dispenser BBM) yang bisa melayani kendaraan secara paralel dan setiap kendaraan hanya dapat satu tahap pelayanan, yaitu pengisian bahan bakar. Tidak ada proses lanjutan seperti pemeriksaan atau pembayaran di tempat lain. Sistem *Multi Channel Single Phase* ini terjadi ketika terdapat dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Pelanggan dalam sistem antrian membentuk satu jalur antrian dan dilayani oleh stasiun pelayanan yang tersedia terlebih dahulu. Pola kedatangan mengikuti distribusi Poisson yaitu kedatangan yang bersifat acak namun memiliki rata-rata kedatangan tertentu per satuan waktu (λ) dan waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial (μ). Pelayanan dilakukan secara *first-come, first-served*, dan semua stasiun pelayanan yang sama.

$$\lambda = \frac{\text{Keseluruhan jumlah kedatangan pelanggan}}{\text{total waktu pengamatan}}$$

$$\mu = \frac{\text{Jumlah rata - rata tingkat pelayanan}}{\text{total Jam Kerja}}$$

Model ini juga mengasumsikan bahwa seluruh server memiliki kapasitas dan kecepatan pelayanan yang sama, serta bekerja secara independen. Selain itu, kapasitas antrian diasumsikan tidak terbatas, artinya sebanyak apapun kendaraan yang datang tetap dapat masuk ke dalam sistem, meskipun harus menunggu dalam antrian.

Analisis sistem antrian dengan model jalur berganda atau dengan notasi model B:M/M/S sebagai berikut [17]:

λ = rata-rata laju kedatangan pelanggan.

μ = rata-rata laju pelayanan per server.

s = jumlah server.

Setelah nilai rata-rata laju kedatangan pelanggan (λ), rata-rata laju pelayanan per server (μ), dan jumlah server (s) diketahui, parameter kinerja sistem antrian dihitung sebagai berikut:

- a) Utilisasi sitem (tingkat pemanfaatan system) (ρ)

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} , \quad \rho < 1$$

- b) Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem (semua server kosong). (P_0)

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \cdot \frac{1}{1-\rho} \right]^{-1}$$

- c) Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian. (L_q)

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \cdot \rho}{s! \cdot (1-\rho)^2} \cdot P_0$$

- d) Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem. (L)

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

- e) Waktu tunggu rata-rata dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- f) Waktu rata-rata dalam sistem. (W)

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Model ini umum digunakan pada sistem layanan dengan lebih dari satu server yang bekerja secara paralel dan hanya satu tahap pelayanan, contohnya seperti antrian di bank, rumah sakit, loket pembayaran dan lain sebagainya. Berikut ini disajikan sebuah contoh kasus yang menggambarkan penggunaan model M/M/s secara praktis.